

利用时域有限差分法分析和 计算介质柱内瞬态场分布

刘长军 王保义 张 弘 邹大华 郭庆功

(无线电电子学系)

摘要 讨论了采用 FDTD 计算瞬态 Gauss 脉冲在介质柱体内电场分布的方法,得到了
一些有价值的结果,特别是对于瞬态场与生物体相互作用的研究很有意义.

关键词 时域有限差分,瞬态 Gauss 脉冲,介质圆柱

中图分类号 TM 155

自从 1966 年 Yee 氏提出 FDFD(Finite-Difference Time Domain) 算法雏形^[1]以来,经过近 30 年不断地改进完善,形成了亚网格技术、回路积分法、适用于色散介质的(FD)²TD 及超吸收边界条件等等的多种方法.从而使 FDTD 在众多的领域得到广泛的应用,如在目标的电磁散射特性、天线辐射特性、生物电磁计量学、瞬态场与生物体的相互作用等方面^[2].

FDTD 方法有独特的优势:直接从时域进行计算,把含时间变量的 Maxwell 旋度方程在 Yee 氏网格空间中转换为显式的差分方程,根据边界条件和初始条件可以计算网格空间中场量随时间的变化;对复杂环境直接模拟,介质电磁特性、复杂的边界都可方便设置;与矩量法、有限元法相比,更节约储存空间和计算时间,程序具有很强的通用性;尤其适合计算时域问题,无需进行傅氏变换和逆傅氏变换.

曾有文献报道过连续波在介质柱体内的电场分布^[3].我们出于研究瞬态场与生物体相互作用的需要,分析了瞬态脉冲电磁场(Gauss 脉冲)在介质柱内的分布,对实验系统的设置有一定的意义.计算中以 FDTD 的 Yee 氏网格为基础,用 C++ 语言编程计算,得到瞬态场在二维介质圆柱中随时间演化的过程.计算的条件是:已知空间入射场的分布,且以平面波进行照射,是针对 z 向极化的 TEM 波计算的.

1 基本方法

二维 Yee 氏网格如图 1 所示(z 轴垂直纸面向上); E_z 为电场分量, H_x 和 H_y 为磁场分量(均在本平面内,方向如箭头所示).由 Maxwell 方程,可以得到它们之间的关系,经过离散得到差分方程(1)~(3).

$$E_z^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) = CA(i, j) \cdot E_z^n(i, j) + CD \cdot CB(i, j)$$

本文于 1996 年 6 月 25 日收到

中国知网 <https://www.cnki.net>

$$\cdot [H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j) + H_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}) - H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2})] \quad (1)$$

$$H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) = H_x^{n-1/2}(i, j + \frac{1}{2}) + CD \cdot [E_z^n(i, j) - E_z^n(i, j + 1)] \quad (2)$$

$$H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) = H_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j) + CD \cdot [E_z^n(i + 1, j) - E_z^n(i, j)] \quad (3)$$

式中

$$CA(i, j) = \frac{1 - \frac{\sigma_{i,j} \cdot dt}{2 \xi_{i,j}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j} \cdot dt}{2 \xi_{i,j}}} \quad CD = \frac{dt}{ds} \cdot \frac{1}{\epsilon \mu} \quad CB(i, j) = \frac{\epsilon}{\xi_{i,j} + \frac{\sigma_{i,j} \cdot dt}{2}}$$

$\sigma_{i,j}$ 为该点的电导率, $\xi_{i,j}$ 为该点的介电常数, dt 为一个时间步长, ds 为一个空间步长.

假定连接边界上的点为总场值, 选定磁场分量作为边界, 则连接条件为

(1) 对于左边界, 计算散射场区的 E_z 时需要减去源的磁场分量 H_y , 即

$$E_z^{n+1}(i, j) = CA(i, j) \cdot E_z^n(i, j) + CD \cdot CB(i, j) \cdot [(H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - \text{Source}H_y(i + \frac{1}{2}, j)) - H_y^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j) + H_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}) - H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2})] \quad (4)$$

式中 $\text{Source}H_y(i, j)$ 为源在该点的磁场分量 H_y , 对于右侧也可以得到类似的关系式.

(2) 对于上边界, 计算散射场区的 E_z 式需要减去源的磁场分量 H_x , 即

$$E_z^{n+1}(i, j) = CA(i, j) \cdot E_z^n(i, j) + CD \cdot CB(i, j) \cdot [H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j) + (H_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}) - \text{Source}H_x(i, j)) - H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2})] \quad (5)$$

式中 $\text{Source}H_x(i, j)$ 为源在该点的磁场分量 H_x , 对于下边界也可以得到类似的关系式. 如果采用平面式电磁波沿与 x 轴水平方向入射, 则 $\text{Source}H_x(i, j) = 0$, 式(5)可简化为式(4).

由于此网格是二维 Yee 氏网格, 数值稳定条件为 $\Delta t < \frac{\Delta s}{c} \cdot \frac{2}{2}$.

2 数据分析

采用二维 Yee 氏网格, 计算 Gauss 脉冲与介质圆柱体的相互作用. Gauss 型平面入射波方程为

$$\text{Source}H_y(x, t) = \exp(- (t - \frac{x - x_0}{c})^2 / T_r^2) \quad \text{Source}H_x(x, t) = 0 \quad (6)$$

式中, x_0 决定入射波峰的位置(设置在右侧边界); c 为真空中的光速; T_r 为 Gauss 脉冲的宽度, 设定为 $T_r = 0.5 \text{ ns}$. Gauss 脉冲的幅度归一化设置为 1.

网格是 (60×60) 的正方形区域; $ds = 1 \text{ cm}$, 设置相应的 $dt = ds / (c \times 2) = 1.67 \times 10^{-2} \text{ ns}$. 4 条边都采用一阶吸收条件, 左侧边界的吸收条件为

$$\bullet^{n+1}(0) = \bullet^n(1) - \frac{c \Delta t - \Delta s}{c \Delta t + \Delta s} [\bullet^{n+1}(1) - \bullet^n(0)] \quad (7)$$

中国知网 <https://www.cnki.net>
考虑已有的条件 $dt = ds / (c \times 2)$, 将(7)式简化为

$$\bullet^{+1}(0) = \bullet(1) - \frac{1}{3}[\bullet^{+1}(1) - \bullet(0)] \quad (8)$$

其余各边也采用类似的吸收条件.

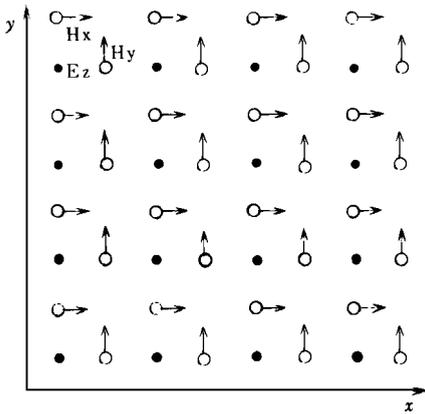


图 1 Yee 氏网格

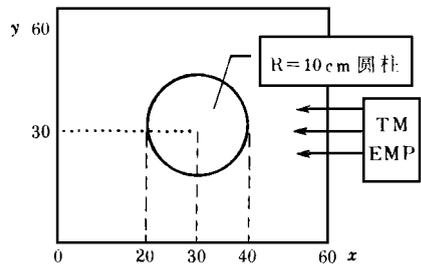


图 2 辐射及柱体设置

物体设置为介质圆柱如图 2, 放在网格中心, 半径 $R = 10\text{cm}$, 其直径相当于 20 个网格. 柱体的相对介电常数 $\epsilon = 61.33$, 电导率 $\sigma = 0.513\text{s/m}$. 在数值上可以模拟生物体的肌肉组织^[3].

文中图 3(a) ~ (e) 记录了从 Gauss 脉冲开始和柱体接触直到离开的作用过程中电场分量 E_z 的分布, 时间间隔为 20dt . (a) Gauss 脉冲和柱体开始作用时, 圆柱体内的电场增加变慢; (b) 柱体边缘处 ($x = 40, y = 30$), $E_z = 0.30$ 达到最大值, 反射波开始影响柱体外总场的 Gauss 入射波; (c) Gauss 脉冲的波峰接近柱体的中心, 柱体右侧 ($39, 30$) 处, $E_z = 0.25$ 为该时刻的最大值, 可以清楚地看到 $E_z < 0$ 的反射波. 柱体上下两侧此时为 $E_z = 0.17$, 达到最大值; (d) Gauss 脉冲继续向左移动, 柱体内上下两侧电场减少到 $E_z = 0.16$, 右侧电场也下降, 这时 ($38, 30$) 处值最大为 $E_z = 0.21$; (e) Gauss 脉冲波峰已经离开柱体, 柱体内右侧的电场明显下降到 $E_z = 0.072$, 但柱体左侧的电场显著增加到最大值 $E_z = 0.064$, 柱体形状清晰可见.

柱体是有耗介质, 瞬态场同连续波一样有趋肤深度, 柱体内电场主要集中在柱体边缘, 柱体内的电场最大值达到 0.30, 出现在正对入射波一侧(与有关文献报道一致^[4,5]).

3 结果及讨论

FDTD 非常适合于计算瞬态场问题, 由于无需时域频域之间的变换, 其效率明显高于有限元法和矩量法. 即使和快速傅氏变换共轭梯度法 (FFT-CGM)^[3] 相比, 虽计算量相当, 但 FDTD 对边界条件的要求更为简单, 尤其对于复杂的生物体的模拟更有优势, 而且占用的储存单元少于 FFT-CGM. 但 FDTD 法也有空间色散效应的影响问题以及在处理不当时, 存在着不稳定性解等缺点.

我们分析了瞬态场同介质柱体的相互作用, 介质内的电场分布. 分析结果对研究瞬态场

同生物体相互作用的实验设置和对实验结果的分析都有一定价值,可以帮助选取适当的脉冲宽度、幅度和了解生物体内的电场分布.

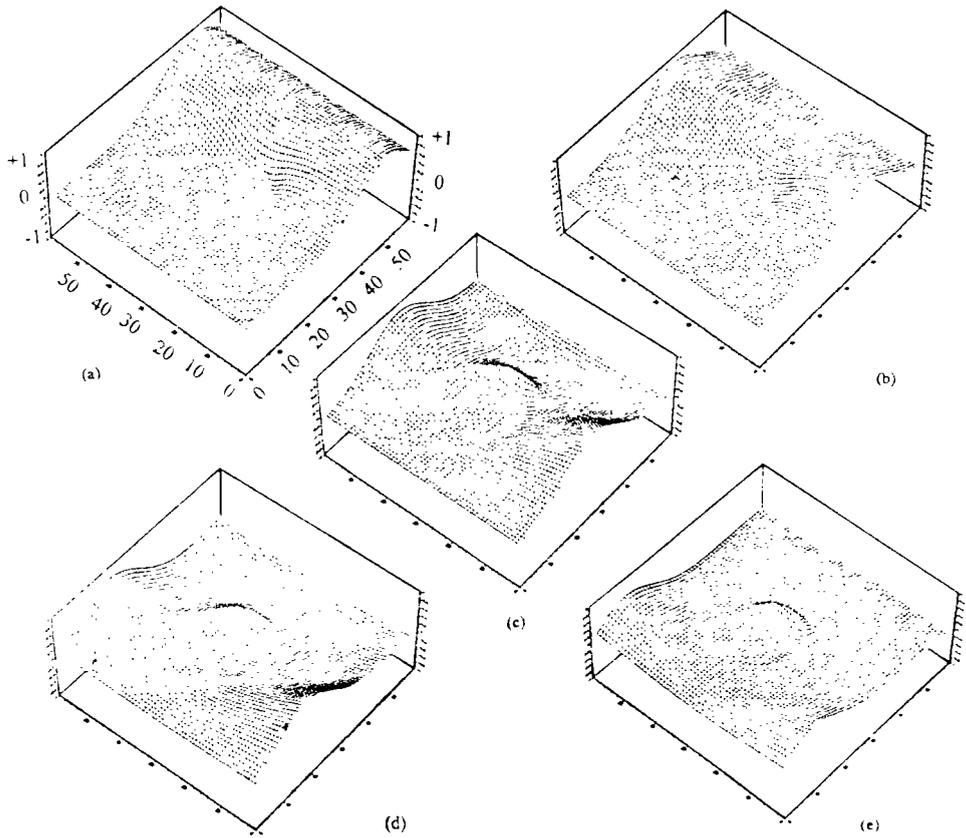


图3 电场 E_z 的分布

时间间隔为 $20\Delta t$, x 轴和 y 轴坐标均为 $0\sim 60$, z 轴坐标为 $-1\sim 1$. (b), (c), (d), (e) 中各坐标数值与 (a) 中相同

参 考 文 献

- 1 Yee K S. IEEE, 1966, AP-14(3):302
- 2 王长清, 祝西里. 电磁场计算中的时域有限差分法. 北京: 北京大学出版社, 1994
- 3 Broup D T, Sullivan D M, Gandhi O P, et al. IEEE, 1987, MTT-35(4):383
- 4 高本庆, Gandhi O P. 电子学报, 1993, 21(3):31
- 5 Britt C L. IEEE, 1989, AP-37(9):1181

FDTD FOR EMP FIELD ANALYSIS IN DIELECTRIC CYLINDER

Liu Changjun Wang Baoyi Zhang Hong Zou Dahua Guo Qinggong
(Department of Radio Electronics)

Abstract Authors use Finite-difference Time Domain algorithm to analyze the electromagnetic pulsed (EMP) field distribution in a dielectric cylinder. The result is useful for EMP bioeffect laboratory study. www.cnki.net

Key words FDTD, Gauss EMP, dielectric cylinder